EXERCICE N°4 : | 30' | 3 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(1,-1,2)$, $B(-2,2,0)$ et $C(-1,1,1)$

1°) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan $P=(ABC)$.

2°) a) Déterminer le centre I et le rayon R de la sphère S dont une équation est:

$x^2+y^2+z^2-4x+2y+2=0$

b) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle ζ dont on précisera son centre H et son rayon r.

3°) Soit S' la sphère qui contient le point $J(-1;0,1)$ et coupée par le plan suivant le cercle ζ.

Déterminer les coordonnées de Ω centre de S' et préciser son rayon R'.

EXERCICE N°5 : | 60' | 6 points

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=e^{-x^2}\int_0^x e^{-t^2}\,dt$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[$: $0\le f(x)\le x\,e^{-x^2}$.

b) Calculer alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2°) a) Montrer que f est dérivable sur $[0,+\infty[$.

b) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[$, $f'(x)=e^{-2x^2}-2x\,f(x)$.

3°) a) Écrire une équation de la demi-tangente (T) à C_f à droite en 0.

b) Etudier la position relative de (T) et C_f sur $[0,+\infty[$.

4°) Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $\begin{cases} g(x)=f(\tan x) \text{ pour } 0\le x<\frac{\pi}{2} \\ g\left(\frac{\pi}{2}\right)=0 \end{cases}$

a) Montrer que g est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

b) Montrer qu'il existe un réel $c\in]0,+\infty[$ tel que $f'(c)=0$ et $f(c)=\frac{1}{2c}e^{-2c^2}$.

5°) Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x)=f'(x)\frac{e^{x^2}}{2x}$.

a) Montrer que h est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

b) En déduire que le réel c est unique puis dresser le tableau de variation de f.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn
Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn